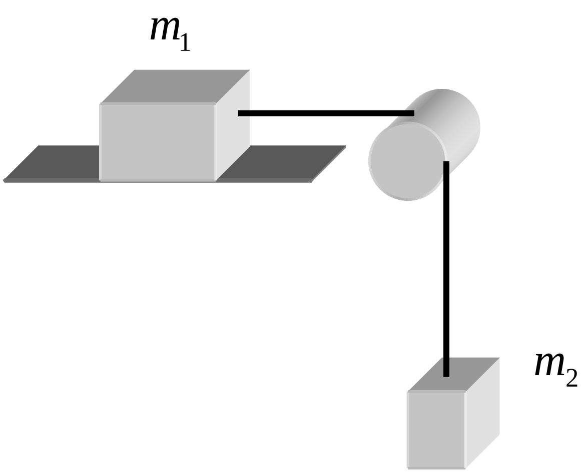
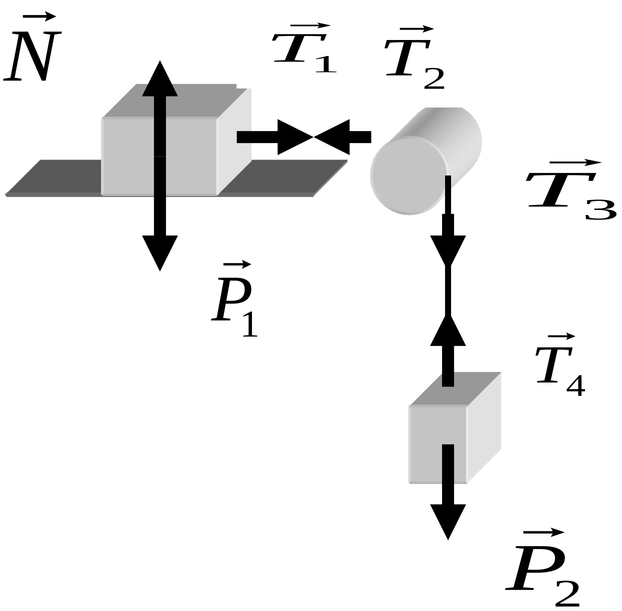
DOS MASA, UNA POLEA

Supongamos que tenemos la siguiente situación: un plano horizontal, donde está apoyada una masa con una cuerda, que pasa por una polea, y de la misma cuelga otra masa. Tal como vemos en la figura:



Lo primero que tengo que hacer es dibujar todas las fuerzas que hay en el sistema:



Voy a analizar:

1. CUERPO 1: Tiene el peso, vertical y hacia abajo. La Fuerza Normal, porque está apoyado en un plano. Y la fuerza Tensión, porque hay una cuerda en el cuerpo 1, que llega hasta la polea, vamos a considerar esta tensión como T_1, porque está aplicado en el cuerpo 1.

2. POLEA: Por la polea pasa la cuerda, así que tendremos dos tensiones: la T_2 que va hacia el cuerpo 1, y la T_3, que va hacia el cuerpo 2.
3. CUERPO 2: Este cuerpo está suspendido en el aire, así que no tiene Fuerza Normal. Pero si tiene el Peso, vertical y hacia abajo. Y tiene una fuerza Tensión T_4, debida a la cuerda.

Las fuerzas T_1 y T_2 son las fuerzas de acción y reacción, cumpliendo la Tercera Ley de Newton. Por tanto, son iguales, misma dirección, sentido contrario, con distinto Punto de Aplicación.
Ocurre lo mismo con las fuerzas T_3 y T_4.

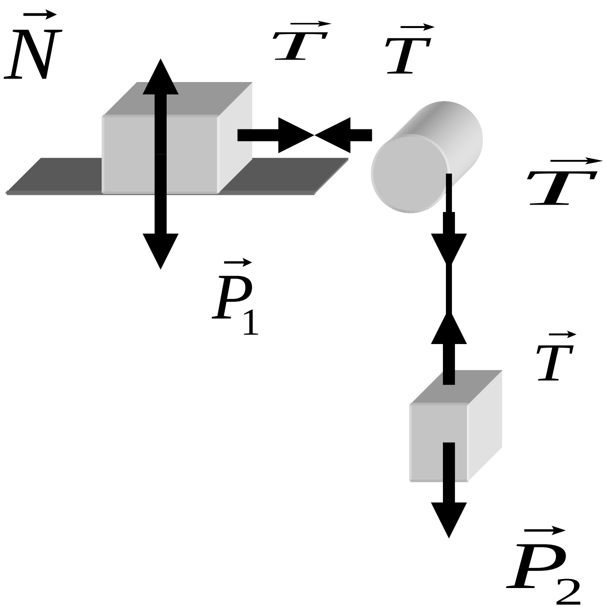
NOTA: Si no hemos visto rotaciones, entonces la polea es despreciable, cumpliéndose la siguiente ecuación:

$$\left|\vec{T}_2\right| = \left|\vec{T}_3\right|$$

Así, con esta ecuación vamos a reducir mucho las incógnitas. De manera, que junto con la Tercera Ley de Newton, podemos concluir que:

$$\left|\vec{T}_1\right| = \left|\vec{T}_2\right| = \left|\vec{T}_3\right| = \left|\vec{T}_4\right| = T$$

Y así simplificamos las tensiones debida a la cuerda. Nuestro esquema de fuerzas queda del siguiente modo:



Ahora ya estamos preparados para aplicar la Segunda Ley de Newton, a cada uno de los cuerpos, vamos a considerar, lógicamente, que el movimiento va hacia la derecha y abajo:

1. CUERPO 1: Tenemos dos ejes, por tanto vamos a escribir dos ecuaciones. Una para el eje X, horizontal, y otra para el eje Y, vertical:

$$\sum \vec{F} = m_1\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum F_X = T = m_1 a \\ \sum F_y = P_1 - N = 0 \end{cases}$$

   De aquí obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ P_1 = N \end{cases}$$

   La segunda ecuación, como no hay Fuerza de Rozamiento, no es muy útil.

2. CUERPO 2: En este caso sólo tenemos un eje. Así que la Segunda Ley de Newton se simplifica a una única ecuación:

$$\sum \vec{F} = m_2\vec{a} \Leftrightarrow \sum F = P_2 - T = m_2 a$$

   Así que la ecuación sería:

$$P_2 - T = m_2 a$$

Así obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ P_2 - T = m_2 a \end{cases}$$

Si sustituimos la primera ecuación, en la T de la segunda, podremos despejar la aceleración:

$$P_2 - m_1 a = m_2 a$$

$$m_2 g - m_1 a = m_2 a$$

$$m_2 g = m_1 a + m_2 a$$

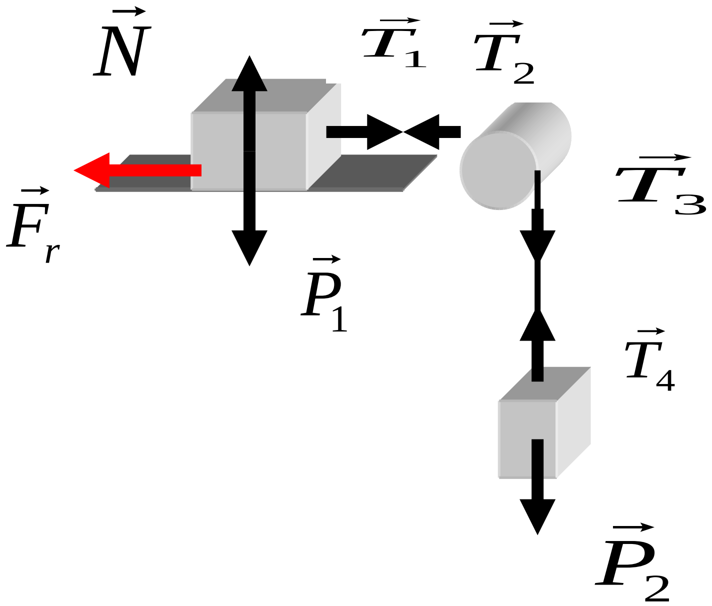
$$m_2 g = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{m_2 g}{(m_1 + m_2)}$$

Aquí tienes la Aceleración con que se mueve el sistema.

Supongamos, ahora, que entre el cuerpo 1 y la superficie hay fuerza de rozamiento. En este caso te vas a encontrar con una ecuación de la aceleración más genérica.

Vamos a verlo:



Las consideraciones anteriores, con respecto a las fuerzas Tensión, son las mismas. Esto quiere decir, que las Fuerzas Tensiones, son independientes de la Fuerza de rozamiento.

$$\sum \vec{F} = m_1 \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum F_X = T - F_r = m_1 a \\ \sum F_y = P_1 - N = 0 \end{cases}$$

Las ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{cases} T - F_r = m_1 a \\ P_1 = N \end{cases}$$

Vamos a desarrollar las ecuaciones:

$$\begin{cases} T - \mu N = m_1 a \\ m_1 g = N \end{cases}$$

Sustituyendo la segunda ecuación en la primera:

$$T - \mu m_1 g = m_1 a$$

El desarrollo para el segundo cuerpo es el mismo, por tanto la ecuación es la misma:

$$P_2 - T = m_2 a$$

Si sumas las dos ecuaciones, miembro a miembro, obtenemos lo siguiente:

$$m_2 g - \mu m_1 g = m_1 a + m_2 a$$

Despejamos la aceleración:

$$\boxed{a = \frac{(m_2 - \mu m_1) g}{m_1 + m_2}}$$

Con respecto a la ecuación anterior, tenemos la diferencia que hay dentro del paréntesis en el numerador: el coeficiente de rozamiento por la masa del cuerpo 1. Si igualas a cero el coeficiente de rozamiento, tienes la ecuación de la aceleración para el caso que no hay rozamiento.