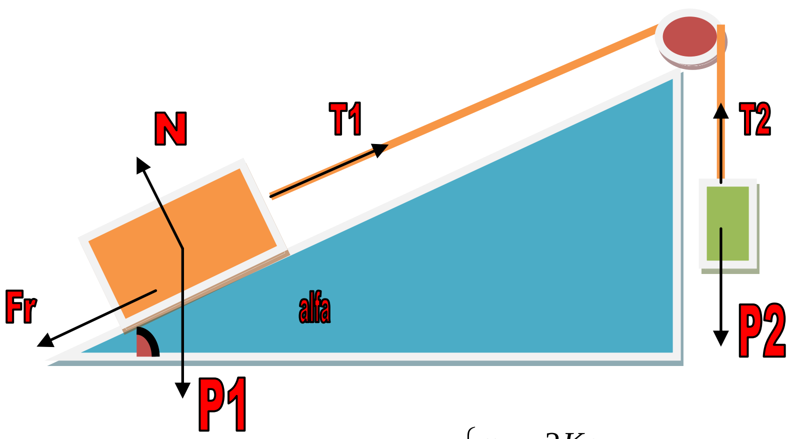
1. **Un plano inclinado con un cuerpo, una polea despreciable, y colgando de él otro cuerpo que hace que el sistema se traslade con una aceleración. Supongamos que hay rozamiento en el plano inclinado. Nos piden la aceleración del sistema.**

Este problema es una clásico de aplicación de la Segunda Ley de Newton y la forma de operar para obtener el resultado pedido. Veamos su esquema:




Los datos son los siguientes:

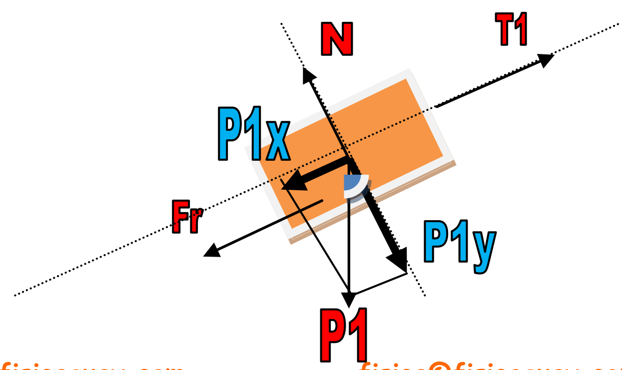
$$\begin{cases} m_1 = 2Kg \\ m_2 = 5Kg \\ \alpha = 30^{\circ} \\ \mu = 0{,}2 \end{cases}$$

Como podemos comprobar en el dibujo, en el cuerpo 1, todas las fuerzas menos el peso están sobre algún eje, el x o bien el eje y, sin embargo el peso está fuera de los eje, así que tenemos que utilizar las funciones trigonométricas para descomponer el peso en los dos ejes.

Esto lo tenemos que hacer, porque la 2ª Ley de la Dinámica de Newton se hace para cada uno de los ejes de un cuerpo.

En el caso del cuerpo 2, sólo vamos a hacer el análisis con el eje vertical.

Veamos el análisis de fuerzas del cuerpo 1:




$$\begin{cases} P_{1x} = P_1 sen\alpha \\ P_{1y} = P_1 \cos\alpha \end{cases}$$

La componente y del peso al ser el cateto contiguo al ángulo es coseno (truco: continuo- coseno).
La componente x del peso al ser el cateto opuesto al ángulo es seno (truco: opuesto- seno).

Ahora si sabemos todas las fuerzas que intervienen en el cuerpo 1 y están sobre los ejes cartesianos, así que podemos aplicar la segundo Ley de Newton para cada uno de los ejes.

Antes de nada, recordar que en el eje y, no hay movimiento, así que la aceleración será cero, por tanto la sumatoria de todas las fuerzas en el eje y también será cero:

$$\begin{cases} \sum F_y = N - P_{1y} = 0 \\ \sum F_x = T_1 - F_r - P_{1x} = m_1 a \end{cases}$$

Como sabemos cuánto son las descomposiciones del peso y la fuerza de rozamiento podemos desglosar las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} N - P_1 \cos\alpha = 0 \\ T_1 - \mu N - P_1 sen\alpha = m_1 a \end{cases}$$

Si despejamos la N en la primera ecuación podemos sustituirla en la segunda:

$$\begin{cases} N = P_1 \cos\alpha \\ T_1 - \mu N - P_1 sen\alpha = m_1 a \end{cases}$$

$$T_1 - \mu P_1 \cos\alpha - P_1 sen\alpha = m_1 a$$

Así obtenemos la siguiente ecuación:

$$\boxed{T_1 - \mu P_1 \cos\alpha - P_1 sen\alpha = m_1 a}$$

Nos la guardamos para luego.

Ahora tenemos que analizar el cuerpo dos, que está colgando desde la polea. Afortunadamente sólo tenemos que aplicar la 2ª Ley de Newton en el único eje vertical:

$$\left\{ \sum F_y = P_2 - T_2 = m_2 a \right.$$

Bien, nuestra segunda ecuación, del cuerpo dos:

$$\boxed{P_2 - T_2 = m_2 a}$$

Ahora tenemos que agrupar las dos ecuaciones obtenidas:

$$T_1 - \mu P_1 \cos\alpha - P_1 sen\alpha = m_1 a$$
$$P_2 - T_2 = m_2 a$$

Como la polea es despreciable, entonces las tensiones son iguales, esto es:

$$T_1 = T_2 = T$$

Teniendo en cuenta esto, podemos sumar las dos ecuaciones así las tensiones se van. Hemos utilizado el método de reducción, de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$T - \mu P_1 \cos\alpha - P_1 sen\alpha = m_1 a$$

$$P_2 - T = m_2 a$$

$$P_2 - \mu P_1 \cos\alpha - P_1 sen\alpha = m_1 a + m_2 a$$

Ahora podemos sacar factor común a la aceleración, y despejar la aceleración:

$$P_2 - \mu P_1 \cos\alpha - P_1 sen\alpha = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{P_2 - \mu P_1 \cos\alpha - P_1 sen\alpha}{m_1 + m_2}$$

Podríamos hacer alguna cosa más:

$$a = \frac{P_2 - \mu P_1 \cos\alpha - P_1 sen\alpha}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{m_2 g - \mu m_1 g \cos\alpha - m_1 g sen\alpha}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{m_2 - \mu m_1 \cos\alpha - m_1 sen\alpha}{m_1 + m_2} g$$

La ecuación final de la aceleración sería:

$$\boxed{a = \frac{m_2 - \mu m_1 \cos\alpha - m_1 sen\alpha}{m_1 + m_2} g}$$

A partir de la ecuación podríamos obtener conclusiones. Esta es una de las razones para que no se sustituya hasta al final, para poder analizar el resultado.

1. Si no hubiera fuerza de rozamiento, el coeficiente de rozamiento la haríamos cero:

$$\boxed{a = \frac{m_2 - m_1 sen\alpha}{m_1 + m_2} g}$$

2. La aceleración obtenida es menor que la aceleración de la gravedad.
3. La masa 2 tienen que ser mayor que una cierta cantidad para que la situación sea dinámica:

$$m_2 = \mu m_1 \cos\alpha + m_1 sen\alpha$$